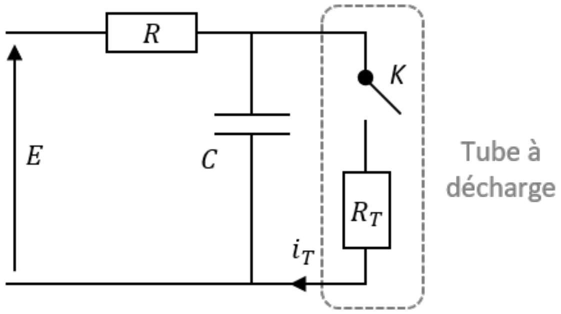
TPC1 2025/2026 – Correction du DS Physique n°2a (2h)

I) Tube à décharge

Le fonctionnement d'un flash électronique repose sur la génération d'un éclair dans un tube à décharge. Il peut être modélisé par le schéma électrique ci-dessous.



Une tension E constante de quelques centaines de volts est utilisée pour charger un condensateur de capacité C.

Le condensateur est relié à un tube contenant un gaz électriquement neutre : $\mathrm{Xe}_{(g)}$. Le tube est donc équivalent à une résistance infinie, c'est-à-dire un interrupteur ouvert.

On peut ensuite appliquer une impulsion de tension de plusieurs milliers de volts qui ionise le xénon. On rappelle l'équation d'ionisation :

$$\mathrm{Xe}_{(g)} \rightarrow \mathrm{Xe^+}_{(g)} + \mathrm{e}^-$$

L'ionisation des atomes de xénon abaisse la résistance du tube qui devient alors équivalent à un conducteur de résistance R_T. Cette opérateur est équivalente à fermer l'interrupteur. Le condensateur peut alors se décharger dans la résistance, créant ainsi un éclair lumineux très intense d'une durée très brève.

1) Expliquer pourquoi l'ionisation des atomes de xénon abaisse la résistance du tube à décharge.

Correction

L'ionisation du xénon permet de créer des électrons libres qui peuvent participer au passage d'un courant électrique dans le tube.

On admet qu'un régime permanent est atteint pour $t = 0^-$. On ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$.

2) Déterminer l'expression de $i_0 = i_T(t = 0^+)$, la valeur de i_T juste après la fermeture de l'interrupteur.

Correction

En $t = 0^-$, le condensateur est équivalent à un circuit ouvert. Donc la tension à ses bornes vaut :

$$u_c(0^-) = E \quad \Rightarrow \quad u_c(0^+) = E$$

par continuité de la tension aux bornes du condensateur.

Or, pour $t > 0$, u_c est aussi la tension aux bornes de R_T. Par la loi d'Ohm :

$$\boxed{i_0 = \frac{E}{R_T}}$$

3) Déterminer l'expression de $i_\infty = i_T(t \to \infty)$, la valeur de i_T aux temps long.

Correction

En $t = +\infty$, le condensateur est équivalent à un circuit ouvert. Une loi des mailles donne :

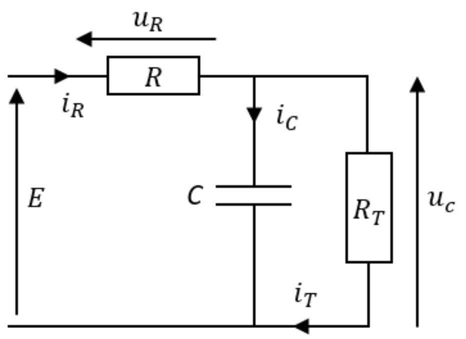
$$E = (R + R_T)\, i_\infty \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_\infty = \frac{E}{R + R_T}}$$

4) Montrer que :

$$\frac{di_T}{dt} + \frac{i_T}{\tau} = \frac{i_\infty}{\tau} \quad \text{avec :} \quad \tau = \frac{RR_TC}{R + R_T}$$

Correction

On peut commencer par chercher une ED sur u_c.



Loi des mailles + loi des nœuds :

$$E = u_R + u_c = Ri_R + u_c = R\,(i_C + i_T) + u_c = R\left(C\,\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{R_T}\right) + u_c$$

On utilise finalement le fait que $u_c = R_T i_T$.

$$E = RR_TC\,\frac{di_T}{dt} + Ri_T + R_Ti_T \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{di_T}{dt} + \frac{R+R_T}{RR_TC}\,i_T(t) = \frac{E}{RR_TC}}$$

Il s'agit bien de l'équation demandée.

5) En déduire l'expression complète de $i_T(t)$ pour $t > 0$ en fonction de i_0, i_∞, t et τ.

Correction

Solution générale :

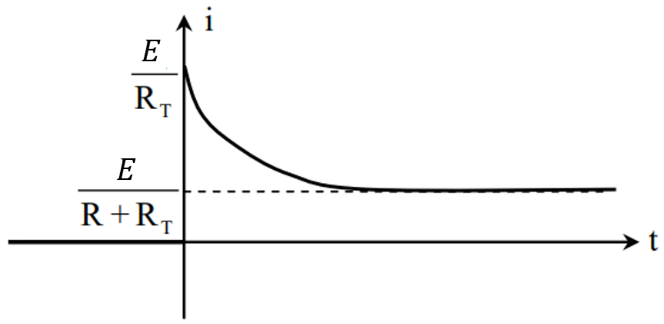
$$i_T(t) = \underbrace{A\ e^{-t/\tau}}_{=\ \mathrm{SEH}} + \underbrace{i_\infty}_{=\ \mathrm{SP}}$$

Avec les conditions initiales :

$$i_T(0^+) = A + i_\infty = i_0 \quad \Rightarrow \quad A = i_0 - i_\infty \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_T(t) = (i_0 - i_\infty)\,e^{-t/\tau} + i_\infty}$$

6) Tracer l'allure de $i_T(t)$ pour $t > 0$ et $t < 0$.

Correction



7) Donner l'expression de l'énergie accumulée par le condensateur avant la fermeture de l'interrupteur.

Correction

L'énergie électrostatique stockée par un condensateur vaut :

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{1}{2}CE^2}$$

8) On souhaite générer un flash d'une puissance égale à 4,0 W et d'une durée de 0,10 s. Calculer l'énergie devant être stockée dans le condensateur.

Correction

Il faut stocker une énergie :

$$\boxed{\mathcal{E} = \mathcal{P} \times \Delta t = 0{,}4 \text{ J}}$$

9) Déterminer un ordre de grandeur de la valeur de la capacité C nécessaire.

Correction

Il faut donc une capacité :

$$\boxed{C = \frac{2\mathcal{E}}{E^2} = 10 \text{ µF}}$$

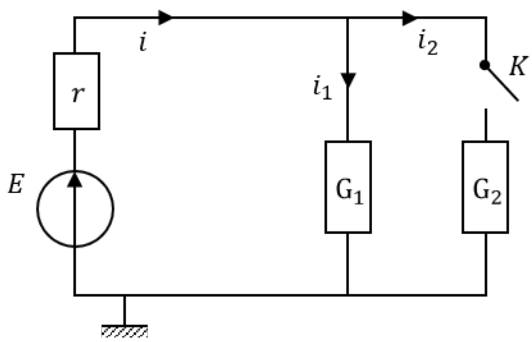
II) Guirlandes électriques

Dans cet exercice, on cherche à optimiser l'alimentation électrique d'un système comportant deux guirlandes électriques notées G_1 et G_2. Chaque guirlande est modélisée par un conducteur ohmique de résistance identique R. La première guirlande est dédiée à un fonctionnement continu, son éclairement doit être constant. La seconde est associée avec un interrupteur K en série qui bascule de manière périodique afin de produire un clignotement.

On supposera dans cet exercice que la puissance lumineuse fournie par ces guirlandes est proportionnelle à la puissance électrique qu'elles reçoivent.

II.1) Système de base

On considère dans un premier temps le circuit ci-dessous alimenté par un générateur réel de force électromotrice E et de résistance interne r. **Les réponses aux différentes questions ne feront intervenir que E, r et R.**



On considère que l'interrupteur K est ouvert.

10) Quelle est la puissance reçue $\mathcal{P}_{2,o}$ par la seconde guirlande G_2 ?

Correction

La puissance reçue par une résistance vaut $\mathcal{P} = Ri^2$. Ici, le courant est nul (circuit ouvert), donc $\boxed{\mathcal{P}_{2,o} = 0}$

11) Établir l'expression du courant i_o passant à travers le générateur.

Correction

Puisque $i_o = i_{1,o}$, une loi des mailles donne :

$$E = (r + R)\, i_o \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_o = \frac{E}{r + R}}$$

12) Établir l'expression de la puissance reçue $\mathcal{P}_{1,o}$ par la seconde guirlande G_1 ?

Correction

On a immédiatement :

$$\boxed{\mathcal{P}_{1,o} = Ri_o^2 = R\left(\frac{E}{r + R}\right)^2}$$

On considère désormais que l'interrupteur K est fermé.

13) Établir l'expression du courant i_f passant à travers le générateur.

Correction

Les deux résistances R sont en dérivation, la résistance équivalente vaut $R/2$. Avec la résistance r en série, on en déduit la résistance équivalente totale, puis le courant :

$$R_{eq} = r + \frac{R}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_f = \frac{E}{r + R/2} = \frac{2E}{2r + R}}$$

14) En déduire les expressions des courants $i_{1,f}$ et $i_{2,f}$.

Correction

La formule du pont diviseur de tension donne immédiatement :

$$\boxed{i_{1,f} = \frac{R}{R+R}\, i_f = \frac{i_f}{2} = \frac{E}{2r+R}} \quad \text{et} \quad \boxed{i_{2,f} = \frac{R}{R+R}\, i_f = \frac{i_f}{2} = \frac{E}{2r+R}}$$

15) Quelles sont alors les puissances $\mathcal{P}_{1,f}$ et $\mathcal{P}_{1,f}$ reçues par les deux guirlandes ?

Correction

On en déduit :

$$\boxed{\mathcal{P}_{1,f} = \mathcal{P}_{2,f} = R i_f^2 = R\left(\frac{E}{2r+R}\right)^2}$$

16) Les deux guirlandes fonctionnent-elles de la manière souhaitée ?

Correction

La guirlande n°2 clignote bien puisque $\mathcal{P}_{2,o} \neq \mathcal{P}_{2,f}$. C'est bien le comportement souhaité.

En revanche, la guirlande n°1 clignote également puisque $\mathcal{P}_{1,o} \neq \mathcal{P}_{1,f}$. Ce n'est pas le comportement souhaité.

17) Comment doit-on choisir r par rapport à R pour limiter cet l'effet indésirable ?

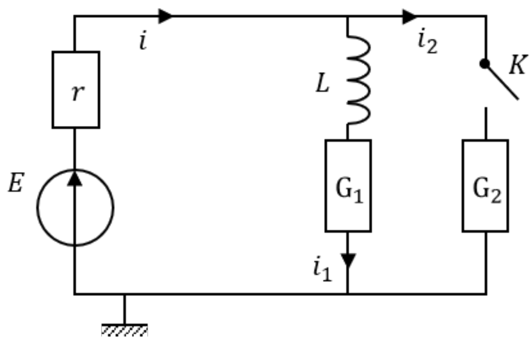
Correction

Pour que la guirlande n°1 fonctionnement normalement, on aimerait que :

$$\mathcal{P}_{1,o} \simeq \mathcal{P}_{1,f} \quad \Rightarrow \quad R\left(\frac{E}{r+R}\right)^2 \simeq R\left(\frac{E}{2r+R}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{r \ll R}$$

II.2) Système amélioré

On considère maintenant le circuit ci-dessous. Une bobine d'inductance L a été ajoutée en série avec la première guirlande. L'interrupteur K est toujours ouvert de manière périodique.



18) À quel dipôle est équivalent la bobine en régime stationnaire ?

Correction

Un fil électrique.

On appelle $t = 0$ l'instant où l'interrupteur s'**ouvre** et on admet que le régime stationnaire a été atteint en $t = 0^-$.

19) Déterminer sans refaire de calcul la valeur de $i_1(0^+)$.

Correction

En $t = 0^-$, l'interrupteur est fermé et on est en régime stationnaire. Le circuit équivalent est donc celui de la partie I. On a déjà montré que :

$$i_1(0^-) = i_{1,f} = \frac{E}{2r+R}$$

L'intensité à travers une bobine est toujours continue. Ainsi,

$$\boxed{i_1(0^+) = \frac{E}{2r+R}}$$

20) Établir l'équation différentielle dont i_1 est solution lorsque l'interrupteur est ouvert (donc pour $t > 0$). On fera apparaître un temps caractéristique τ_o.

Correction

Avec l'interrupteur ouvert, la loi des mailles donne :

$$E = ri_1 + Ri_1 + L\,\frac{di_1}{dt} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{\tau_o} = \frac{E}{L} \quad \text{avec :} \quad \tau_o = \frac{L}{r+R}}$$

21) Donner la solution complète de l'équation différentielle.

Correction

Solution générale :

$$i_1(t) = \underbrace{A\ e^{-t/\tau_o}}_{=\ \text{SEH}} + \underbrace{\frac{E}{r+R}}_{=\ \text{SP}}$$

Avec les conditions initiales :

$$i_1(0^+) = A + \frac{E}{r+R} = \frac{E}{2r+R} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{E}{2r+R} - \frac{E}{r+R}$$

On en déduit :

$$\boxed{i_1(t) = \left(\frac{E}{2r+R} - \frac{E}{r+R}\right) e^{-t/\tau_o} + \frac{E}{r+R}}$$

Dans la suite, on adopte un nouveau choix de l'origine des temps. On appelle $t = 0$ l'instant où l'interrupteur se **ferme** et on admet que le régime stationnaire a été atteint en $t = 0^-$.

22) Déterminer sans refaire de calcul la valeur de $i_1(0^+)$

Correction

En $t = 0^-$, l'interrupteur est ouvert et on est en régime stationnaire. Le circuit équivalent est donc celui de la partie I. On a déjà montré que :

$$i_1(0^-) = i_{1,o} = \frac{E}{r+R}$$

L'intensité à travers une bobine est toujours continue. Ainsi,

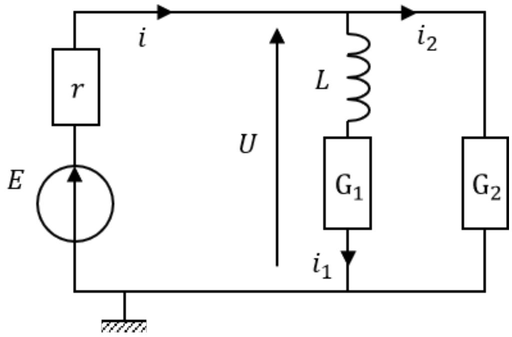
$$\boxed{i_1(0^+) = \frac{E}{r+R}}$$

23) Montrer que i_1 est solution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{\tau_f} = \frac{E}{L\left(1 + \frac{r}{R}\right)} \quad \text{avec :} \quad \tau_f = \frac{L\left(1 + \frac{r}{R}\right)}{2r+R}$$

Correction

Notations :



Loi des mailles + loi des nœuds :

$$E = ri + Ri_1 + L\,\frac{di_1}{dt} = r\,(i_1 + i_2) + Ri_1 + L\,\frac{di_1}{dt}$$

De plus,

$$U = Ri_2 = Ri_1 + L\,\frac{di_1}{dt} \quad \Rightarrow \quad i_2 = i_1 + \frac{L}{R}\,\frac{di_1}{dt}$$

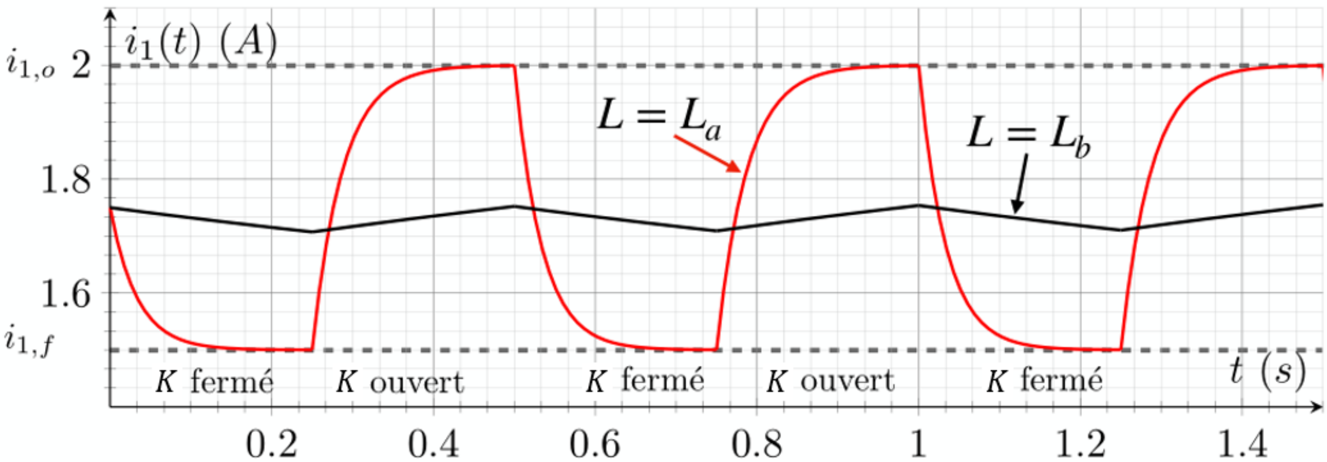
En substituant i_2 dans la première équation :

$$E = r\left(i_1 + i_1 + \frac{L}{R}\,\frac{di_1}{dt}\right) + Ri_1 + L\,\frac{di_1}{dt} = i_1\,(2r + R) + L\left(1 + \frac{r}{R}\right)\frac{di_1}{dt}$$

On obtient bien :

$$\boxed{\frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{\tau_f} = \frac{E}{L\left(1 + \frac{r}{R}\right)} \quad \text{avec :} \quad \tau_f = \frac{L\left(1 + \frac{r}{R}\right)}{2r + R}}$$

On étudie expérimentalement les variations du courant $i_1(t)$ en mesurant la tension aux bornes de la guirlande G_1 à l'aide d'un oscilloscope et on obtient le résultat suivant pour deux valeurs différentes de l'inductance L. On donne : $R = 2\ \Omega$ et $r = 1\ \Omega$.



24) Parmi les deux bobines d'inductance L_a et L_b, laquelle permet d'atteindre le régime stationnaire mentionné dans les questions précédentes ?

Correction

On atteint un régime stationnaire (valeurs constantes) avec L_a.

25) Parmi les deux bobines d'inductance L_a et L_b, laquelle permet de minimiser les variations de puissance reçue par la première guirlande ?

Correction

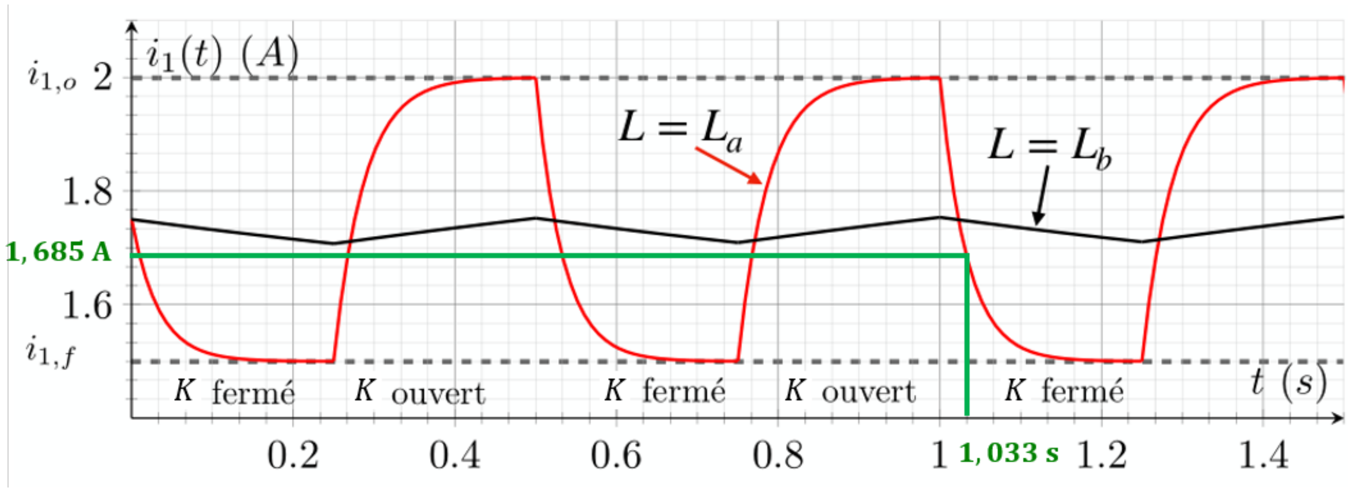
Minimiser les variations de puissance revient à minimiser les variations d'intensité ($\mathcal{P} = Ri^2$). C'est donc la courbe L_b.

26) Déterminer, par lecture graphique, la valeur de τ_f puis celle de L_a.

Correction

Le temps τ_f correspond au temps nécessaire pour réaliser 63 % de la décharge de la bobine.

Prenons le point de bascule en $t = 1$ s. L'intensité va passer d'une valeur initiale de 2,0 A à une valeur finale de 1,5 A. Il s'agit d'une chute de 0,5 A. Or, $0{,}5 \times 0{,}63 = 0{,}315$. On cherche donc le moment au l'intensité à chuter de 0,315 A, c'est-à-dire le moment où $i = 1{,}685$ A.



On mesure : $\boxed{\tau_f = 33 \text{ ms}}$

On en déduit :

$$\tau_f = \frac{L_a\left(1 + \dfrac{r}{R}\right)}{2r + R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_a = \tau_f \times \frac{2r + R}{1 + \dfrac{r}{R}} = 88 \text{ mH}}$$

27) Qu'elle est la bonne affirmation : $L_a \ll L_b$ ou $L_a \gg L_b$? Justifier la réponse.

Correction

Le temps caractéristique du régime transitoire avec L_b est très supérieur devant celui avec L_a. Donc $\boxed{L_a \ll L_b}$